

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu el pla $\pi: x + y + z = 1$ i la recta r que passa pels punts $P = (0, 0, 6)$ i $Q = (1, 2, 3)$.

a) Estudieu la posició relativa de la recta r i el pla π .

[1 punt]

b) Calculeu la distància entre la recta r i el pla π .

[1 punt]

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades (x_0, y_0, z_0) al pla d'equa-

ció $Ax + By + Cz + D = 0$ amb l'expressió $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

2. Siguin les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Comproveu que satisfan la igualtat $A^2 - \frac{1}{2}A \cdot B = I$, en què I és la matriu identitat d'ordre 3.

[1 punt]

b) Fent servir la igualtat anterior, trobeu la matriu inversa de A : A^{-1} .

[1 punt]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre real a .

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas $a = 2$.

[1 punt]

4. De les funcions $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$ i $g'(x)$, en coneixem els valors següents:

x	$f(x)$	$f'(x)$	x	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	0	1	1
1	0	-6	1	3	3

a) De la funció $f(x)$ sabem també que el pendent de la recta tangent a un punt d'abscissa x és $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$. Trobeu $f(x)$.

[1 punt]

b) Calculeu $(g \circ f)'(1)$.

[1 punt]

5. A \mathbb{R}^3 , siguin la recta $r: \begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$ i el punt $P = (0, 1, -1)$.

a) Calculeu l'equació general (és a dir, la que té la forma $Ax + By + Cz = D$) del pla π perpendicular a la recta r i que passa pel punt P .

[1 punt]

b) Calculeu el punt simètric del punt P respecte del pla $x + y + z = -3$.

[1 punt]

6. Sigui la funció $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$.

a) Calculeu una primitiva de la funció $f(x)$.

[1 punt]

b) Calculeu l'àrea limitada per la funció $f(x)$ i l'eix de les abscisses entre les abscisses $x = 0$

i $x = \frac{\pi}{4}$.

[1 punt]



Institut
d'Estudis
Catalans